



گزینه ۴

۱

انرژی مکانیکی جسم در نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$E_A = K_A + U_A = K_A + 0 = K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 64 = 64 \text{ J}$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 2 \times 9 + 2 \times 10 \times 2 \times \sin 30^\circ = 9 + 20 = 29 \text{ J}$$

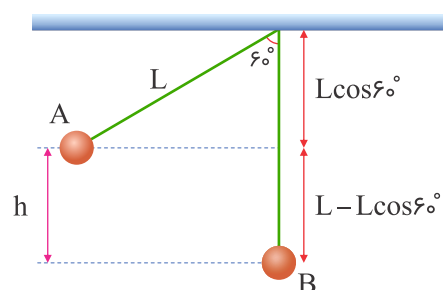
حال تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$E_B - E_A = 29 - 64 = -35 \text{ J}$$

گزینه ۳

۲

با توجه به شکل داریم:



$$h = L - L \cos 60^\circ = \frac{L}{2}$$

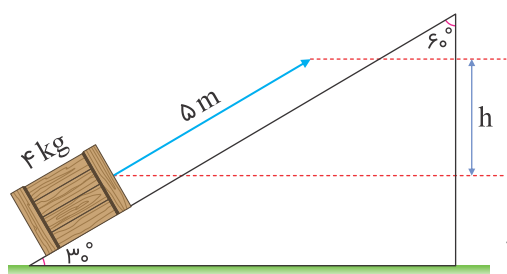
$$\text{کار نیروی وزن: } W_{mg} = +mgh = \frac{mgL}{2}$$

گزینه ۲

۳

با توجه به رابطه $W_F = F \cdot d \cos \theta$ می‌توان نوشت:

$$\theta_1 < \theta_2 \Rightarrow \cos \theta_1 > \cos \theta_2 \xrightarrow[\substack{F_1=F_2 \\ d_1=d_2}]{} W_1 > W_2$$



با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{5} \Rightarrow h = \frac{5}{2} \text{ m}$$

$$W_{mg} = -mgh = -4 \times 10 \times \frac{5}{2} = -100 \text{ J}$$

با توجه به این که جسم در هر ثانیه ۱/۵ متر جابجا می‌شود، پس در مدت ۸ ثانیه به اندازه ۱۲ متر جابجا می‌شود، از طرفی نیروی F به دو نیروی F_x و F_y تجزیه می‌شود و نیروی F_y و همچنین نیروی وزن چون بر جهت جابجایی عمود هستند، کاری انجام نمی‌دهد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = (F \cos 60^\circ) \vec{i} + (F \sin 60^\circ) \vec{j} \\ \Rightarrow \vec{F} &= \left(12 \times \frac{1}{2} \right) \vec{i} + (6\sqrt{3}) \vec{j} = 6\vec{i} + 6\sqrt{3}\vec{j} \end{aligned}$$

بنابراین کار نیروی F در مدت ۸ ثانیه برابر است با:

$$W_F = F_x \cdot d = 6 \times 12 = 72 \text{ J}$$

همان‌طور که در شکل صورت سؤال دیده می‌شود، توپ، در راستای افقی حرکت کرده و چون ارتفاعش تغییری نکرده است، انرژی جنبشی اولیه آن نمی‌تواند به انرژی پتانسیل تبدیل شده باشد. می‌توان گفت انرژی جنبشی اولیه، به انرژی درونی توپ و دست تبدیل شده است و این موضوع سبب گرم شدن هر دو می‌شود.

با توجه به این که جسم بر روی سطح افقی جابجا می‌شود و نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود، پس نیروی F هم‌جهت با جابجایی بوده و $\theta = 0^\circ$ و در نتیجه $\cos \theta = 1$ می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_1 = F_1 \cdot d_1 \cos \theta = 5 \times 4 \times 1 = 20 \text{ J}$$

$$W_2 = F_2 \cdot d_2 \cos \theta = 15 \times 6 \times 1 = 90 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_T = W_1 + W_2 = 20 + 90 = 110 \text{ J}$$

با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، با افزایش تندی، انرژی جنبشی آن نیز افزایش پیدا خواهد کرد. با توجه به این که انرژی جنبشی جسم ۴۴ درصد افزایش یافته می‌توان نوشت:

$$K_2 = K_1 + \frac{44}{100}K_1 = \frac{144}{100}K_1$$

درنتیجه با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{100} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{10} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = 1.2v_1$$

بنابراین تندی جسم ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.

$$F = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F - 30 = 3 \times 5 \Rightarrow F = 45$$

$$W' = F \cos(0^\circ)d = (45)(1)h = 45h$$

$$W_{mg} = -mg|\Delta h| = -30h$$

$$\Rightarrow \left| \frac{W'}{W} \right| = \left| \frac{45h}{-30h} \right| = 1.5$$

در این گونه مسائل که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، کار انجام شده توسط موتور الکتریکی، برابر مقدار انرژی پتانسیل گرانشی جسم است.

$$W_{\text{برآیند}} = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{\text{موتور}} + W_{\text{وزن}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{\text{وزن}} = -(-mg\Delta h) = mg\Delta h$$

کافی است تغییر ارتفاع جسم را در مدت ۶۰ ثانیه به دست آوریم:

$$\Delta h = vt = 15 \times 60 = 900 \text{ m}$$

کار انجام شده توسط موتور الکتریکی:

$$W = mg\Delta h = 400 \times 10 \times 900 = 36 \times 10^5 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{36 \times 10^5}{60} = 6 \times 10^4 \text{ W} = 60 \text{ kW}$$

$$W_{mg} + W_{\text{مقاومت هوا}} = \Delta k$$

$$\Rightarrow mgh - F_{\text{هوا}} \times h = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$0/6 \times 10 \times 10 - 1 \times 10 = k_2 \Rightarrow 50 = k_2$$

$$W_{mg} + W_{\text{مقاومت زمین}} = k_3 - k_2 \Rightarrow mgd - F_{\text{مقاومت زمین}} \times d = -k_2$$

$$\Rightarrow 6d - 11d = -50 \Rightarrow -5d = -50 \Rightarrow d \simeq 0/66\text{m} = 66\text{cm}$$

توان خروجی توربین همان توان مفید است.
توان کل:

$$Ra = \frac{P'}{P} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{6}{P} \Rightarrow P = 15\text{ MW}$$

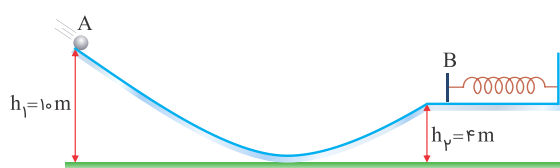
$$P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow 15 \times 10^6 \times 60 = m \times 10 \times 200 \Rightarrow m = \frac{9 \times 10^8}{2 \times 10^3} = 4/5 \times 10^5\text{ kg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{4/5 \times 10^5}{10^3} = 450\text{ kg}$$

نیروهای وزن، عمودی سطح، اصطکاک و F بر جسم وارد می‌شوند. از این میان کار نیروهای اصطکاک و F غیر صفر است (نیروهای وزن و عمودی سطح، بر جابه‌جایی عمودند و کار آنها صفر می‌شود). با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} W_F + W_{f_k} &= \Delta K \Rightarrow F \cdot d \cos \theta + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \\ &\Rightarrow 20 \times 37/5 \times 1 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 4(100 - 25) \\ &\Rightarrow 750 + W_{f_k} = 150 \Rightarrow W_{f_k} = -600\text{ J} \end{aligned}$$

با توجه به شکل زیر، در صورتی که مبدأ پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیریم، در نقطه A داریم:



$$E = U_1 + K_1$$

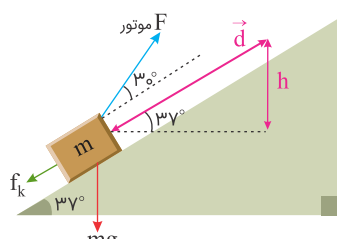
$$= mgh_1 = 0.2 \times 10 \times 10 = 20 \text{ (J)}$$

هنگامی که گلوله به نقطه B می‌رسد، ۳۰ درصد از انرژی مکانیکی آن تلف شده و ۷۰ درصد باقی‌مانده به صورت انرژی ذخیره شده در فنر و انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه B تبدیل می‌شود:

$$E_B = 0.7 E_A \Rightarrow mgh_2 + U_{\text{فنر}} = 0.7 \times 20$$

$$\Rightarrow 0.2 \times 10 \times 4 + U_{\text{فنر}} = 14 \Rightarrow U_{\text{فنر}} = 6 \text{ (J)}$$

ابتدا کار انجام شده توسط موتور را توسط قضیه کار و انرژی جنبشی به دست می‌آوریم. سه نیروی وزن، اصطکاک و نیروی موتور روی جسم کار انجام می‌دهند؛ بنابراین:



$$W_{\text{موتور}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{mg}} = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{K_2 = K_1} W_{\text{موتور}} + (f_k \cdot d \cdot \cos 18^\circ) + (-mgh) = 0$$

$$\xrightarrow{h = d \sin 37^\circ} W_{\text{موتور}} + (-10d) + (-40(d \sin 37^\circ)) = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 10d + 24d = 34d$$

توان مفید موتور را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{t} = \frac{34d}{t} \xrightarrow{\frac{d}{t} = v = 4 \text{ m/s}} P_{\text{مفید}} = 34 \times 4 = 136 \text{ W}$$

در نهایت با استفاده از بازده، توان مصرفی موتور را به دست می‌آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{136}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 340 \text{ W}$$

با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی هر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{2}m\left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}m\frac{v^2}{4} = \frac{K}{4} \\ K_2 &= \frac{1}{2}(2m)(v)^2 = \frac{1}{2} \times 2mv^2 = 2K \\ K_3 &= \frac{1}{2}m(2v)^2 = \frac{1}{2}m \times 4v^2 = 4K \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_3 = 2K_2 = 16K_1$$

با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \cancel{W_{F_N}} + \cancel{W_{mg}} + W_F + W_{f_k} &= \Delta K \Rightarrow Fd \cos 60^\circ + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \\ \Rightarrow 36 \times \frac{1}{2} \times 10 + W_{f_k} &= \frac{1}{2} \times 4(64 - 0) \\ \Rightarrow 180 + W_{f_k} &= 128 \Rightarrow W_{f_k} = -52 \text{ J} \\ \Rightarrow |W_{f_k}| &= 52 \text{ J} \end{aligned}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{aligned} W_t &= \Delta K \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}m((\sqrt{\omega + d})^2 - (\sqrt{\omega + 0})^2) \\ \Rightarrow 2d &= \frac{1}{2}m \Rightarrow (\omega + d - \omega) \Rightarrow 2d = \frac{1}{2}m(d) \Rightarrow m = 4 \text{ kg} \end{aligned}$$

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی در طول مسیر حرکت داریم:

$$E_A = E_B = E_C$$

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 100 + 10 \times 15 = \frac{1}{2} \times v_B^2 + 10 \times 5 \Rightarrow v_B^2 = 300$$

$$E_A = E_C \Rightarrow 200 = \frac{1}{2}v_C^2 + 10 \times 2 \Rightarrow v_C^2 = 360$$

و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{360}{300}} = \sqrt{\frac{6}{5}}$$

$$F = mg = (60 + 3) \times 10 = 630$$

$$W = F \cos(0^\circ) d = 630 \times 1 \times 8 = 5040 \text{ J}$$